第２８講・相似④ 中点連結定理

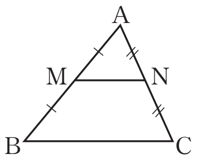
要点整理

1　中点連結定理

三角形の２辺の中点を結ぶ線分は，残りの辺に平行で，長さはその半分である。これを**中点連結定理**（ちゅうてんれんけつていり）という。

右の図の△ABC において，AM＝MB，AN＝NC ならば，MN∥BC，MN＝$\frac{1}{2}$BC である。

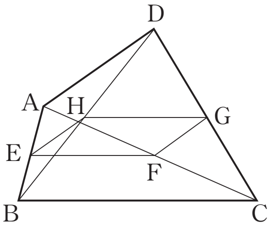
●中点連結定理



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

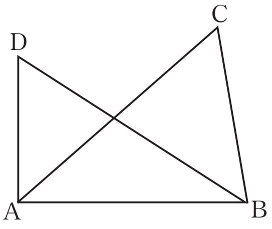
例題 1

右の図で，四角形 ABCD の辺 AB，CD の中点をそれぞれ E，G とし，対角線 AC，BD の中点をそれぞれ F，H とするとき，四角形 EFGH は平行四辺形であることを証明しなさい。



例題 2

右の図は，底辺 AB が共通の 2 つの三角形，△ABC と△ABD である。辺 AB，BC，AD の中点をそれぞれ P，Q，R とするとき，次の問いに答えなさい。



(1)　AC＝BD のとき，△PQR はどんな三角形になるか書け。また，そうなることを証明せよ。

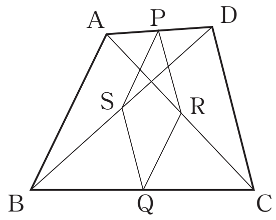
(2)　辺 AB，BC，CA，AD，DB のいずれか 2 辺の間に，ある関係が成り立つとき，∠QPR＝90° となる。どの 2 辺の間に，どんな関係が成り立つときか書け。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

問題

28－1

右の図のように，四角形ABCDの辺AD，BC，対角線AC，BDの中点をそれぞれP，Q，R，Sとする。AB＝CD，∠ABC＝70°，∠BCD＝80°のとき，次の問いに答えなさい。



(1)　四角形PSQRはどんな四角形か。

(2)　∠SPRの大きさを求めよ。

©RECRUIT HOLDINGS

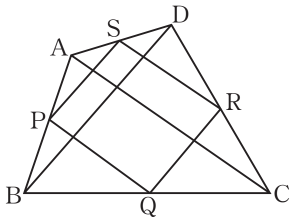
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ *Note* ＞

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第28講・確認テスト

[1]　右の図の四角形 ABCD において，4点 P，Q，R，S はそれぞれ辺 AB，BC，CD，DA の中点である。このとき，次の問いに答えなさい。



(1)　四角形 PQRS は平行四辺形である。これを証明するときの根拠となることがらを下から選ぶと，[ア]である。

① 1組の向かい合う辺が平行である。

② 対角線が，それぞれの中点で交わる。

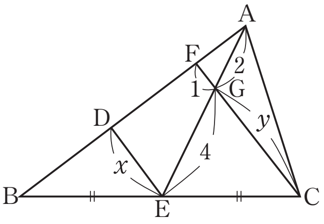
③ 2組の向かい合う角がそれぞれ等しい。

④ 1組の向かい合う辺が等しくて平行である。

(2)　AC⊥BD のとき，四角形 PQRS は[イ]である。また，AC＝BD のとき，四角形 PQRS は[ウ]である。それぞれ適するものを下から選び，記号で答えなさい。

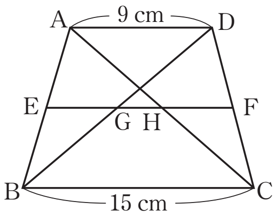
① 台形　② ひし形　③ 長方形　④ 正方形

[2]　右の図において，BE＝EC，DE // FC のとき，x，y の値を求めなさい。



x＝[エ]，y＝[オ]

[3]　右の図において，点 E が辺ABの中点であり，AD // EF // BC，AD＝9cm，BC＝15cm のとき，EF，GH の長さを求めなさい。



EF＝[カキ] cm，GH＝[ク] cm

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< *Note* >

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第28講・相似④ 中点連結定理

例題 1

証明　△ABC において，

E，F はそれぞれ辺 AB，AC の中点であるから，EF // BC，EF = $\frac{1}{2}$ BC…①

△DBC において，同様にして，HG // BC，HG = $\frac{1}{2}$ BC…②　（↑中点連結定理を利用している。）

①，②より，EF // HG，EF ＝ HG

よって，四角形 EFGH は，1 組の向かい合う辺が平行で，その長さが等しいから平行四辺形である。

解説

平行四辺形になる条件「1 組の向かい合う辺が平行で，その長さが等しい」を導く。

例題 2

(1)　PQ ＝ PR の二等辺三角形。

証明　△ABC で，点 P，Q はそれぞれ辺 BA，BC の中点なので，PQ = $\frac{1}{2}$ AC…①

△ABD で同様にして，PR = $\frac{1}{2}$ BD…②

また仮定より，AC = BD…③

①，②，③より PQ = PR

よって，△PQR は PQ = PR の二等辺三角形になる。

(2)　辺 AC と BD が垂直に交わるとき

解説

(2)　△ABC で，中点連結定理より，PQ // AC

よって，∠BPQ = ∠BAC

また，△ABD で，中点連結定理より，PR // BD

よって，∠APR = ∠ABD

ここで，∠QPR = 90° のとき，∠BPQ + ∠APR = ∠BAC + ∠ABD = 90° となるから，

AC⊥BD

以上より，辺 AC と BD が垂直に交わるときである。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

28－1

(1)　**ひし形**　　(2)　**30°**

解説

(1)　中点連結定理より,

$\mathrm{PS}=\frac{1}{2}\mathrm{AB}$, $\mathrm{SQ}=\frac{1}{2}\mathrm{CD}$, $\mathrm{QR}=\frac{1}{2}\mathrm{AB}$, $\mathrm{RP}=\frac{1}{2}\mathrm{CD}$

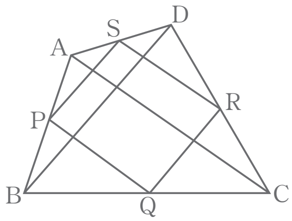
ここで, $\mathrm{AB}=\mathrm{CD}$ だから, $\mathrm{PS}=\mathrm{SQ}=\mathrm{QR}=\mathrm{RP}$

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 28 講・確認テスト

［1］　右の図の四角形 ABCD において，4 点 P，Q，R，S は それぞれ辺 AB，BC，CD，DA の中点である。このとき，次の問いに答えなさい。



⑴　四角形 PQRS は平行四辺形である。これを証明するときの根拠となることがらを下から選ぶと，［ア］である。

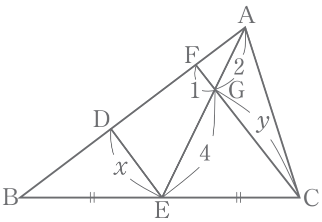
① 1 組の向かい合う辺が平行である。
② 対角線が，それぞれの中点で交わる。
③ 2 組の向かい合う角がそれぞれ等しい。
④ 1 組の向かい合う辺が等しくて平行である。

⑵　AC⊥BD のとき，四角形 PQRS は［イ］である。また，AC＝BD のとき，四角形 PQRS は［ウ］である。それぞれ適するものを下から選び，記号で答えなさい。

① 台形　　② ひし形　　③ 長方形　　④ 正方形

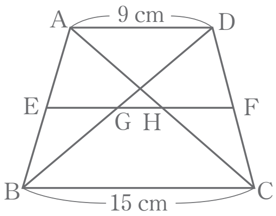
［2］　右の図において，BE＝EC，DE // FC のとき，x，y の値を求めなさい。

x＝［エ］，y＝［オ］



［3］　右の図において，点 E が辺 AB の中点であり，AD // EF // BC，AD＝9cm，BC＝15cm のとき，EF，GH の長さを求めなさい。

EF＝［カキ］cm，GH＝［ク］cm



解答

［1］　ア　④　　イ　③　　ウ　②
［2］　エ　3　　オ　5
［3］　カ　1　　キ　2　　ク　3

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

解説

［1］

⑴　中点連結定理より，PQ＝$\frac{1}{2}$AC，PQ∥AC

同様に，SR＝$\frac{1}{2}$AC，SR∥AC

よって，PQ＝SR，PQ∥SR

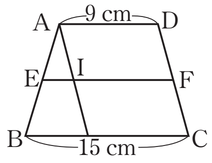
⑵　AC⊥BD のとき，四角形 PQRS は４つの角がすべて直角となるので長方形。

AC＝BD のとき，四角形 PQRS は４辺がすべて等しくなるのでひし形。

［2］　FG∥DE，AG：GE＝1：2 より，FG：DE＝1：3　よって，x＝3

△BCF において，中点連結定理より，FC＝2DE＝6　よって，y＝5

［3］　右の図のように，A を通り，DC に平行な直線をひく。



中点連結定理より，EI＝$\frac{1}{2}\times(15-9)$＝3(cm)

また，IF＝9cm　よって，EF＝12cm

中点連結定理より，EG＝HF＝$\frac{1}{2}\times9=\frac{9}{2}$(cm)

よって，GH＝$12-\frac{9}{2}\times2$＝3(cm)

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。